T^{ale} ES	Bac Métropole – 2012	Correction

Exercice n°1 : (*5 points*)

Document 1

En 2008, la surface agricole utilisée (*SAU*) était de $27\,537\,688$ hectares dont $583\,799$ hectares en mode de production biologique.

Document 2

Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Rang de l'année : x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
Surface en mode de production biologique (*en hectares*)	419 750	517 965	550 990	534 037	550 488	552 824	557 133	583 799
Part (*en %*) de la surface de production biologique dans la *SAU* : y_i	1,4	1,75	1,87	1,93	1,99	2	2,02	2,12

Partie A

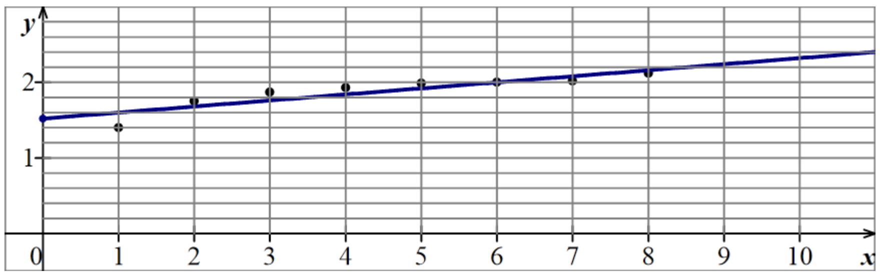
1°/ $\frac{583\,799}{27\,537\,688} \approx 0{,}0212$.

Le document 1 permet effectivement d'affirmer que la part de la surface en mode de production biologique dans la SAU est environ $2{,}12\%$ en 2008.

2°/ $\frac{583\,799 - 557\,133}{557\,133} \approx 0{,}0479$ La surface en mode production biologique a **augmenté d'environ $4{,}79\%$** entre 2007 et 2008.

Partie B

1°/ A l'aide de la calculatrice, la droite d'ajustement de y en x par la méthode des moindes carrés a pour équation $\boldsymbol{y = 0{,}08\,x + 1{,}52}$.



3°/ En 2009, le rang est 9. En 2010, le rang est 10.

$0{,}08 \times 9 + 1{,}52 = 2{,}24$ $0{,}08 \times 10 + 1{,}52 = 2{,}32$

Par conséquent, **l'ajustement affine n'est pas adapté à ces nouvelles données.**

Partie C

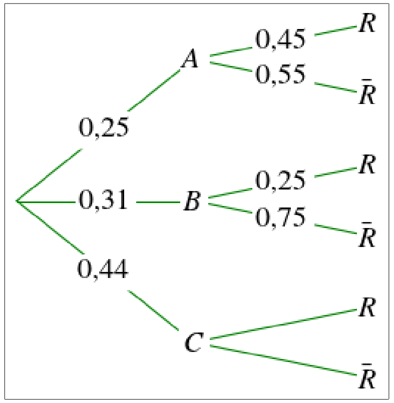
Par lecture graphique, $f(12) \approx 5{,}1$

A l'aide de la calculatrice, $f(12) = 5{,}109$.

Même s'il y a eu une augmentation importante de la part du mode de production biologique dans la SAU, l'objectif du grenelle de l'environnement ne sera pas atteint en 2012 selon ce modèle.

Exercice n°2 : (*5 points – Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité*)

1°/ D'après l'énoncé, on a



2°/ ***a*)**
$$\begin{aligned} p(A \cap R) &= p(A) \times p_A(R) \\ &= 0{,}25 \times 0{,}45 \\ &= 0{,}1125 \end{aligned}$$

La probabilité que le questionnaire tiré soit celui d'un retraité acheteur de 1 à 2 familles de produits est $0{,}1125$.

***b*)**
$$\begin{aligned} p(B \cap R) &= p(B) \times p_B(R) \\ &= 0{,}31 \times 0{,}25 \\ &= 0{,}0775 \end{aligned}$$

La probabilité que le questionnaire tiré soit celui d'un retraité acheteur de 3 à 4 familles de produits est $0{,}0775$.

***c*)** Les évènement A, B et C forment une partition de l'ensemble des acheteurs. D'après la formule des probabilités totales, on a

$$\begin{aligned} p(R) &= p(A \cap R) + p(B \cap R) + p(C \cap R) \\ 0{,}217 &= 0{,}1125 + 0{,}0775 + p(C \cap R) \\ p(C \cap R) &= 0{,}217 - 0{,}19 \\ \boldsymbol{p(C \cap R)} &= \boldsymbol{0{,}027} \end{aligned}$$

3°/
$$\begin{aligned} p_C(R) &= \frac{p(R \cap C)}{p(C)} \\ &= \frac{0{,}027}{0{,}44} \\ &\approx 0{,}061 \end{aligned}$$

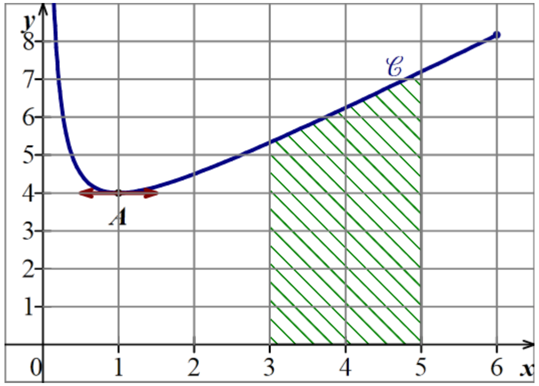
Environ $6{,}1\%$ des acheteurs de 5 familles de produits ou plus sont des retraités.
Ainsi, le responsable des ventes va devoir lancer une campagne publicitaire.

<u>Exercice n°3</u> : (*4 points – QCM, les justifications n'étaient pas demandées*)

1°/ $\mathscr{C}$ admet une tangente horizontale en $A(1\,;4)$ donc $\boldsymbol{f'(1)=0}$.

2°/ Graphiquement, la fonction f est croissante sur l'intervalle $[1\,;6]$.
Par conséquent, l'inéquation $f'(x)\geqslant 0$ a pour ensemble solution $\mathscr{S}=\boldsymbol{[1\,;6]}$.

3°/ L'intégrale $I=\int_3^5 f(x)dx$ représente l'aire du domaine compris entre la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x=3$ et $x=5$.
On peut colorier au moins 11 carreaux d'unité d'aire donc $\boldsymbol{12<I<13}$.



4°/ On se sert de la réponse précédente car $I=\int_3^5 f(x)dx=F(5)-F(3)$.

- Avec $F(x)=\frac{1}{2}x^2+2x+1$, on a $F(5)=23{,}5$ et $F(3)=11{,}5$.

Puisque $F(5)-F(3)=12$, cette fonction ne convient pas.

- Avec $F(x)=2+\frac{1}{x}$, on a $F(5)=2{,}2$ et $F(3)\approx 2{,}3$.

Puisque $F(5)-F(3)\approx -0{,}1$, cette fonction ne convient pas.

- Avec $F(x)=\frac{1}{2}x^2+2x+\ln x$, on a $F(5)\approx 24{,}1$ et $F(3)\approx 11{,}6$.

Puisque $F(5)-F(3)\approx 12{,}5$, cette fonction peut convenir.

- Avec $F(x)=2x+\ln x$, on a $F(5)\approx 11{,}6$ et $F(3)\approx 7{,}1$.

Puisque $F(5)-F(3)\approx 4{,}5$, cette fonction ne convient pas.

<u>Remarque</u> :
On peut aussi dériver chaque fonction puis calculer $F'(1)$.
En effet, $f(1)=4$ donc F est une primitive de f si $F'(1)=4$.

<u>Exercice n°4</u> : (*6 points*)

Partie A

1°/ $f(x)=(200x-300)e^{-x-1}+10$ avec $\begin{cases} u(x)=200x-300 & \text{et} \quad u'(x)=200 \\ v(x)=e^{-x-1} & \text{et} \quad v'(x)=-e^{-x-1} \end{cases}$

alors
$$\begin{aligned} f'(x) &= 200e^{-x-1}+(200x-300)\left(-e^{-x-1}\right) \\ &= e^{-x-1}(200-200x+300) \\ &= (500-200x)e^{-x-1} \end{aligned}$$

Puisque $e^{-x-1}>0$, **$\boldsymbol{f'}$ est du signe de $\boldsymbol{N(x)=500-200x}$.**

x	0		$2{,}5$		6
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$f(0)$	$\nearrow$	$f(2{,}5)$	$\searrow$	$f(6)$

- $f(0)\approx -100{,}4$
- $f(6)\approx 10{,}8$
- $f(2{,}5)\approx 16{,}039$

3°/ Pour réaliser un bénéfice maximal, l'entreprise devra fabriquer et vendre **250 objets**. Le montant de ce bénéfice maximal sera environ **16 039 €**.

4°/ Pour représenter correctement la fonction f à l'aide de la calculatrice, on peut prendre les paramètres suivants :

$Xmin=0$ $\quad$ $Xmax=6$ $\quad$ $Xgrad=1$
$Ymin=-10$ $\quad$ $Ymax=20$ $\quad$ $Ygrad=5$

Partie B

1°/ L'entreprise ne vend pas à perte lorsque son bénéfice est positif.
Graphiquement, c'est **à partir de 110 objets fabriqués et vendus** que cela semble se produire.

2°/ La fonction f est continue et strictement croissante sur $[1\,;2]$.

- De plus, $f(1)\approx -3{,}5$; $f(2)\approx 14{,}9$; et $\boldsymbol{0\in[f(1)\,;f(2)]}$.
- D'après le théorème de la valeur intermédiaire, il existe un unique réel $\alpha\in[1\,;2]$ tel que $f(\alpha)=0$.

3°/ A l'aide de la calculatrice, $\boldsymbol{f(\alpha)\approx 1{,}09}$.

4°/ On en déduit que l'entreprise ne vend pas à perte **à partir de 110 objets fabriqués et vendus**, comme estimé à la question **1°/**.